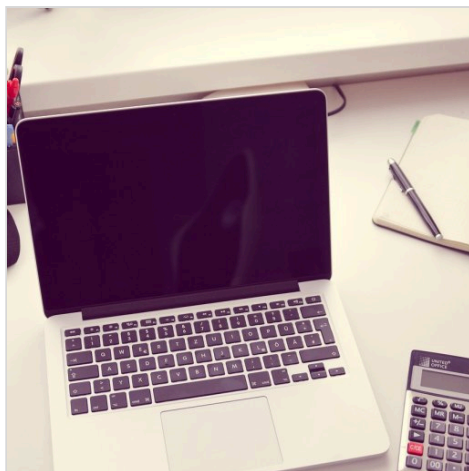


L U M B R E



Probabilidad y juegos: por qué la casa siempre gana

Grado: 3

Materia: Matemáticas · Saberes y Pensamiento Científico

03/10/2026

Antes de empezar

Lección de matemáticas: Laplace y la regla de casos favorables/posibles, espacio muestral, dado vs dos dados, monedas y la falacia del jugador (« salió 5 veces cara... ahora toca cruz»: FALSO), valor esperado y por qué las loterías y casinos son matematicamente perdedores. Con video, tablas, timeline, match, sort, flashcards y mapa mental.

QUÉ APRENDERÁS

- Calcular probabilidades clásicas con dados y monedas, distinguir sucesos independientes de dependientes, desmontar falacias del jugador y del superviviente, y entender el valor esperado de un juego.

La ciencia que nació de una apuesta

En 1654, un noble francés adicto a los dados, el **caballero de Méré**, le escribió a **Blaise Pascal** una pregunta que lo estaba arruinando: «Juego dos dados; apostado a que sale al menos un 6 en cuatro tiradas. ¿Es justa la apuesta?». Pascal y **Pierre de Fermat** intercambiaron cartas resolviéndolo y, de paso, **inventaron la teoría de la probabilidad**. Laplace diría dos siglos después: «Es notable que una ciencia que comenzó con consideraciones sobre juegos de azar haya llegado a ser el objeto más importante del conocimiento humano».

La idea central es simple: si un experimento (lanzar un dado) tiene **resultados posibles todos igual de probables**, la probabilidad de un evento es:

$P = \text{casos favorables} / \text{casos posibles}$

Lanzar un 6: $1/6$. Sacar par: $3/6 = 1/2$. Y todo lo demás —los seguros, las encuestas, la inteligencia artificial, la medicina— es esta idea con capas encima.

Pero el azar es contraintuitivo: **el cerebro humano es estadísticamente malísimo**. Esta lección es, sobre todo, un curso de «por qué sientes que sabes probabilidades y no».



Un dado justo: seis caras, cero memoria. Foto: Wikimedia Commons.

VIDEO

Probabilidad desde cero · Daniel Carreón

Video: el curso completo de probabilidad con profe mexicano, desde lo básico.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=WeeEE8o1aqM>

Reglas que se ven, con dados que se tocan

Nota lo raro: 4 tiradas con un dado ganan; 24 con dos dados pierden. La intuición jamás lo adivina: se CALCULA.

Pregunta	Cálculo	Resultado
¿Probabilidad de sacar 6 en UN dado?	1 favorable / 6 posibles	$1/6 \approx 16.7 \%$
¿Sacar al menos un 5?	2 de 6 (5 y 6)	$2/6 \approx 33.3 \%$

Pregunta	Cálculo	Resultado
¿Sumar 7 con DOS dados?	6 parejas de 36 combinaciones	$6/36 = 1/6$
¿Sumar 2 con dos dados?	Solo 1+1: 1 de 36	$1/36 \approx 2.8 \%$
¿Dos caras seguidas?	$1/2 \times 1/2$ (independientes)	$1/4 = 25 \%$
Al menos un 6 en CUATRO tiradas	$1 - (5/6)^4$	$\approx 51.8 \%$ (la apuesta de Méré era ganadora)
Al menos un doble-6 en 24 tiradas	$1 - (35/36)^{24}$	$\approx 49.1 \%$: aquí la apuesta te despoja

Sucesos independientes: el dado no tiene memoria

Si tiras una moneda y sale **cara cinco veces seguidas**, ¿está «caliente» la cruz? No: la sexta tirada sigue siendo **50/50**. La moneda no recuerda: cada lanzamiento es **independiente**. Creer lo contrario se llama **falacia del jugador** (en inglés *gambler's fallacy*) y lleva su nombre por lo que pasó en el casino de Montecarlo en 1913: la bola cayó **26 veces sobre rojo** y los apostadores arruinaron fortunas doblando al negro «porque ya tocaba». Las ruedas sin memoria destruyeron sus billeteras.

Lo que sí es verdad (y todo lo contrario): si tiras una moneda 1000 veces, te acercará a 500 caras (~**ley de los grandes números**) — pero NO porque el azar «compense»: cada tirada nueva simplemente **diluye** la racha anterior con más datos independientes. La racha no se «paga»: se **promedia**.

Y cuidado con confundir «independiente» con «sin relación»: la probabilidad de que llueva Y de que haya partido de fútbol sí se multiplican porque son independientes; la de «sacar as» y luego «sacar rey» SIN REGRESAR una carta del mazo, NO: el segundo evento cambia el mazo: eso es **probabilidad condicionada**.

Valor esperado: LA fórmula que dice «juegos que juegas, pierdes»

En un juego donde ganas \$100 con probabilidad 1/1000 y pierdes tu peso con 999/1000:

$$E = 100 \times (1/1000) + (-1) \times (999/1000) = 0.1 - 0.999 = -\$0.899$$

Cada jugada te «cuesta» en promedio 90 centavos. La lotería de premio enorme y probabilidad ínfima funciona como un impuesto a la esperanza: en los sorteos grandes se devuelve en premios muy por debajo de lo recaudado. En México, la **Dirección General de Juegos y Sorteos** (Segob) exige porcentajes mínimos de devolución al público... adivina quién cobra el resto: se llama **margen de la casa**, y en casinos ronda el 2-10 % por apuesta, que multiplicado por millones de apuestas y años, hace que NADIE gane a largo plazo. Los que «ganan» son el superviviente que ves en el video: sesgo del superviviente.

La otra falacia: la del superviviente y el «mito del Hot Hand». Ves a un basquetbolista meter 5 tiros y apuestas a que el sexto entra: la investigación (Gilovich, Malone y Tversky) mostró que en realidad las rachas son mayormente variación aleatoria — los tiros siguientes tienen casi la misma probabilidad que el promedio del jugador—. Nos encantan las historias de «andaba con todo» porque el cerebro ve patrones donde solo hay ruido (como quien ve figuras en las nubes: **pareidolia** estadística).

Y en México, los números: la probabilidad del premio mayor de una lotería grande ronda el 1 entre decenas de millones; que te alcance un rayo en la vida se estima mucho más probable (~1 entre 15 000 en los cálculos clásicos de seguridad). Y una máquina tragamonedas está programada para devolver en promedio ~95 % de lo apostado: de cada \$100 que «juegas» el diseño se queda \$5 por vuelta — con miles de vueltas, la pérdida es certeza con nombre propio. Ninguna «estrategia», horario de la cajera o amuleto cambia un número programado: el único sistema que gana es **no jugar con dinero que necesitas**.

La probabilidad fue calculada para desilusionar a los tontos, y los tontos son la mayoría.

— Atribuida a Voltaire (Diccionario filosófico, 1764)

Historia del azar en cinco paradas

- **~3000 a.C.:** dados de astrágalo en Mesopotamia y el «Juego de 20 cuadros» egipcio — la humanidad ya jugaba contra el azar sin entenderla.
- **1564:** Gerolamo Cardano, jugador profesional y matemático, escribe *Liber de ludo aleae*: primer análisis honesto de juegos de azar.
- **1654:** cartas Fermat-Pascal por el problema de Méré: nace la probabilidad matemática.
- **1713:** Jakob Bernoulli publica *Ars Conjectandi* (póstumo): la ley de grandes números.
- **1933:** Kolmogorov axiomatiza la probabilidad: de «reglas de apuestas» a rama formal de las matemáticas — hoy es la base de la IA, los seguros y los pronósticos del clima.

Pongamos a prueba lo aprendido

1. Lanzas una moneda 5 veces y salen 5 caras. ¿Cuál es la probabilidad de cara en el sexto lanzamiento?

- ☐ Menor que 50 % (ya «toca» cruz)
- ☐ Mayor que 50 % (la moneda está en racha)
- ☐ Exactamente 50 %
- ☐ Depende de qué lado pesó más

2. ¿Qué es MÁS probable al lanzar DOS dados?

- ☐ Que la suma sea 2
- ☐ Que la suma sea 7
- ☐ Que la suma sea 12
- ☐ Que la suma sea 6

3. Tras muchas rachas rojas en la ruleta, el negro es «cada vez más probable».

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

4. Si un juego tiene valor esperado $-\$0.10$ por jugada, jugando 100 veces perderás EXACTAMENTE \$10.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

5. La probabilidad clásica de Laplace es casos _____ / casos _____. El promedio de ganancia a largo plazo de un juego se llama valor _____.

6. Une cada concepto con su ejemplo:

6.	Falacia del jugador	_____
6.	Falacia del superviviente	_____
6.	Sucesos independientes	_____
6.	Probabilidad condicionada	_____

Opciones: «Salió 5 veces cara, ahora seguro toca cruz» · «Ganó la lotería y lo dice en TV» (los 20 millones que perdieron no aparecen) · Dos lanzamientos de una misma moneda · Sacar una segunda carta del mazo sin regresar la primera

7. Clasifica cada situación según si es un problema de probabilidad REAL o de superstición:

Elementos:

- Sumar probabilidades para saber si conviene apostar
- Usar «tu número» porque soñaste con él
- Simular el juego 10 000 veces en Excel y promediar
- Cambiar de máquina «porque ya está cargada»
- Revisar si el dado está sesado midiendo frecuencias
- Cargar el boleto con la mano «de la suerte»

Cálculo legítimo	• • •
Superstición (no afecta los números)	• • •

ACTIVIDAD
INTERACTIVA
DISPONIBLE EN
LUMBRE

8. Encuentra 8 términos del azar

Busca las palabras: pueden estar en horizontal, vertical o diagonal, y a veces al revés. Mayúsculas, sin tildes.



ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

9. Repaso: probabilidad



Probabilidad y juego

- **AZAR**

- Cálculo
 - Favorables/posibles
 - Dados y monedas
 - Independencia
- Trampas mentales
 - Falacia del jugador
 - Superviviente
 - Rachas
- Historia
 - Méré
 - Pascal-Fermat
 - Laplace
 - Kolmogorov
- Real
 - Valor esperado
 - Loterías
 - Seguros
 - IA y clima

El mapa mental interactivo es interactivo en la versión online.



Conceptos erróneos

Creer que tras varias veces que «sale caro», la próxima «ya toca» que salga bien (la falacia del jugador). Los dados y las ruletas no tienen memoria: cada jugada es independiente. Y confundir un juego «justo», donde la probabilidad es igual para todos, con uno «divertido»: la casa diseña reglas que la favorecen un poco, y ese poco, repetido, es ganancia segura.

Ejemplo resuelto

Al lanzar dos dados, la suma 7 tiene 6 combinaciones de 36 $\rightarrow P = 6/36 \approx 0.167$, mientras que la suma 2 tiene solo 1 $\rightarrow P = 1/36 \approx 0.028$. Si un juego paga lo mismo por sacar 7 que por sacar 2, estás en desventaja: la casa cobra según la probabilidad real, no según la que «parece» equitativa.

¿Para qué sirve?

Entender probabilidad te ayuda a decidir con incertidumbre: valorar riesgos, interpretar pronósticos de lluvia, analizar juegos de azar y detectar cuándo una regla está diseñada para que pierdas. Es pensamiento crítico con números.

10. Consigue 30 monedas (o una app de dado). Registra 40 lanzamientos de una moneda. (a) ¿Salió alguna racha de 4 o más iguales? (casi seguro que sí). (b) ¿Fue menos probable que una secuencia «alternadita»? Explica por qué una secuencia de 10 alternados tiene exactamente la misma probabilidad que 10 caras seguidas ($1/1024$ cada una). (c) Escribe en 2 líneas lo que esto implica sobre tu sensación de que «lo aleatorio se ve desordenado».

El azar no es desorden «promedio»: es desorden con rachas — las rachas son LO NORMAL.

Khan Academy: probabilidad <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library> Práctica gratis con niveles, de dados a probabilidad condicionada.

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

11. Explicación visual: Probabilidad y juegos: por qué la casa siempre gana



Conexión con el programa oficial SEP

Este objeto desarrolla los siguientes aprendizajes esperados del Programa Sintético (Fase 6) y está vinculado a ellos en el marco curricular:

- MX-SEC-G3-MAT-C09-P03 — Resuelve problemas donde se calcule la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).
- MX-SEC-G3-MAT-C09-P04 — Indaga las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables
- MX-SEC-G3-MAT-C03-P01 — Relaciona e interpreta la variación de dos cantidades a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica.
- MX-SEC-G3-MAT-C06-P02 — Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras al resolver problemas.

Evidencia de producto · MX-SEC-G3-MAT-C09-P03

El PDA pide RESOLVER problemas donde se calcule la probabilidad de ocurrencia de DOS EVENTOS INDEPENDIENTES con la REGLA DEL PRODUCTO. Si A y B son independientes: $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$. Independientes = que uno no cambia la probabilidad del otro.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

12. Resolución paso a paso



Práctica con retroalimentación

13. Lanzas una moneda y un dado honesto. ¿Cuál es la probabilidad (decimal) de obtener águila Y un 4?

Respuesta:

14. Dos eventos son INDEPENDIENTES cuando:

- ☐ No pueden ocurrir a la vez
- ☐ Que ocurra uno no cambia la probabilidad de que ocurra el otro
- ☐ Siempre tienen la misma probabilidad
- ☐ Sumen 1

15. Resuelve un problema de probabilidad con la regla del producto (130-160 palabras): plantea un experimento con DOS eventos independientes (por ejemplo, moneda + dado, dos ruletas, extraer con reemplazo). (1) Verifica y JUSTIFICA por qué son independientes. (2) Calcula $P(A)$ y $P(B)$ por separado. (3) Aplica $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$ mostrando la multiplicación y su resultado como fracción y decimal. (4) Inventa un segundo caso (con dados o reemplazo) y resuélvelo.

«Resolver» exige operaciones visibles: escribe las fracciones, multiplícalas y da el resultado. No olvides verificar independencia (con reemplazo sí; sin reemplazo ya no son independientes).

Criterios de evaluación (rúbrica) de este producto — autoevalúa cada criterio: Logrado / En progreso / Aún no.

Criterio	Qué se espera	Mi nivel
Verifica independencia	Explica por qué un evento no afecta al otro.	
Aplica la regla del producto	Usa $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$ con operación visible.	
Resultado correcto	Da la probabilidad como fracción y decimal coherentes.	
Segundo problema	Resuelve un caso adicional con método.	
Revisión y validación	Lo revisé con un/a compañero/a, docente o persona competente y aplicé al menos una mejora.	

16. Un compañero revisa tu multiplicación (que la fracción resultante y el decimal cuadren) y que los eventos sean de verdad independientes. Registra su corrección y tu mejora.

Intercambia con un/a compañero/a o entrega a tu docente. Pega aquí la retroalimentación recibida y tu compromiso de mejora.

Evidencia de producto · MX-SEC-G3-MAT-C09-P04

El PDA pide INDAGAR las CONDICIONES para que un JUEGO DE AZAR SEA JUSTO, con base en la noción de RESULTADOS EQUIPROBABLES. Un juego es justo cuando cada jugador tiene la MISMA probabilidad de ganar; eso exige resultados equiprobables y repartos simétricos.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

17. Resolución paso a paso



Práctica con retroalimentación

18. Con un dado honesto, ¿cuál asignación hace un juego JUSTO entre dos jugadores?

- ☐ A gana con pares (2,4,6) y B con impares (1,3,5)
- ☐ A gana con el 6 y B con cualquier otro número
- ☐ A gana con números mayores que 3 y B solo con el 1
- ☐ A gana con 1,2,3,4 y B con 5,6

19. La condición NECESARIA para que un juego de azar entre dos personas sea justo es:

- ☐ Que se juegue muchas veces
- ☐ Que cada jugador tenga igual probabilidad de ganar (resultados equiprobables repartidos por igual)
- ☐ Que el dado sea de seis caras
- ☐ Que gane quien tire más alto una vez

20. Indaga cuándo un juego es justo (140-170 palabras): presenta DOS juegos de azar con un dado, una moneda o una ruleta dividida en sectores. (1) Para cada uno calcula la probabilidad de ganar de cada jugador (muestra casos favorables / totales). (2) DETERMINA cuál es JUSTO y cuál NO, con base en si los resultados son equiprobables y están repartidos simétricamente. (3) MODIFICA el juego injusto para hacerlos justos y verifica que $P(\text{ganar})$ iguale. Enuncia la CONDICIÓN general de justicia.

«Indagar» = no solo decir justo/injusto: calcula probabilidades, y muestra cómo REASIGNAR resultados equiprobables para lograr justicia. La condición es $P(\text{ganar})$ iguales.

Criterios de evaluación (rúbrica) de este producto — autoevalúa cada criterio: Logrado / En progreso / Aún no.

Criterio	Qué se espera	Mi nivel
Calcula probabilidades	Da $P(\text{ganar})$ de cada jugador con casos favorables y totales.	
Usa equiprobabilidad	Justifica la igualdad de resultados posibles.	

Criterio	Qué se espera	Mi nivel
Dictamina justo/injusto	Clasifica cada juego por simetría de probabilidades.	
Repara el injusto	Modifica un juego para que vuelva a ser justo.	
Revisión y validación	Lo revisé con un/a compañero/a, docente o persona competente y aplicé al menos una mejora.	

21. Tu compañero revisa tus conteos de casos (que las probabilidades sumen bien) y que el juego «reparado» realmente iguale a los jugadores. Registra su corrección y tu mejora.

Intercambia con un/a compañero/a o entrega a tu docente. Pega aquí la retroalimentación recibida y tu compromiso de mejora.

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

22. Compuerta de avance: ¿listo para continuar?



Para mirarlo de otra manera

Repaso: antes de «Probabilidad y juegos: por qué la casa siempre gana» necesitas poder...

Lo que ya debes dominar

- Modelar con lenguaje algebraico y ecuaciones
- Modelar proporcionalidad directa e inversa

Si alguno de estos puntos te suena flojo, repásalo primero: este OA construye directamente sobre ellos.

Referencia curricular

Grado:	3
Materia:	Matemáticas · Saberes y Pensamiento Científico

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://lumbre.lat/object/probabilidad-juegos>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat