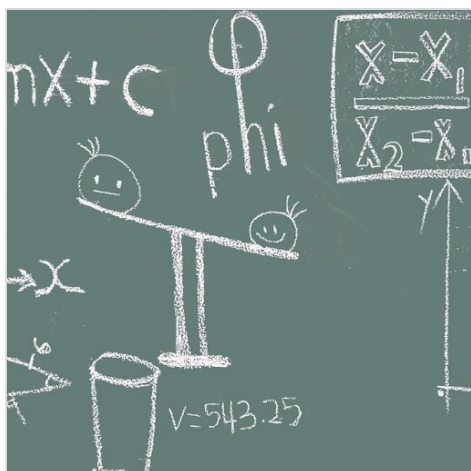


L U M B R E



Los números reales: una historia en capas, de los decimales al campo ordenado

Materia: Pensamiento Matemático II

03/10/2026

Antes de empezar

Ficha Lumbre · Plan: SEP/DGB · MCCEMS Bachillerato General · 1.º de Preparatoria · Semestre 2 · Pensamiento Matemático II. Cubre PDA MX-BG-MAT-S2-P06. Autoría: Roadwise Consulting

QUÉ APRENDERÁS

- Recorrer desde una perspectiva histórica la construcción del conjunto de los números reales, partiendo de los decimales positivos hasta entender su estructura de campo ordenado y completo, y distinguir racionales de irracionales.

Los números reales: una historia en capas

Ficha curricular · Lumbre

Plan SEP/DGB · MCCEMS Bachillerato General · 1.º de Preparatoria (Semestre 2) · Pensamiento Matemático II. Progresión cubierta: P06 (revisar desde una perspectiva histórica el conjunto de los números reales, desde decimales positivos hasta la estructura de campo ordenado) · Autoría: Roadwise Consulting

1. Cada número nuevo nació de un problema que el anterior no resolvía

Los conjuntos numéricos no fueron un regalo: se **inventaron** para tapar huecos. **Contar** animales o graneros pidió los **naturales** (1, 2, 3...). Pero 'quedarse sin algo' o **deber** exigió el **cero** y los **enteros negativos** (... , -2, -1, 0, 1, 2...). **Repartir** una medida entre varios forzó las **fracciones**, los **racionales**. Y cuando alguien quiso medir la **diagonal de un cuadrado** de lado 1, descubrió que ninguna fracción la expresa: aparecieron los **irracionales**. Reuniendo racionales e irracionales se obtienen los **reales**, que son 'todos los puntos de la recta', sin huecos. Cada ampliación conservó lo anterior y añadió lo que faltaba.

VIDEO

Clasificación de los números reales

Video de apoyo en YouTube (Matemóvil) sobre Naturales, Enteros, Racionales e Irracionales.
Lumbre no aloja ni controla el contenido enlazado.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=6e0fQRpiEC4>

Cada conjunto incluye al anterior: N esta dentro de Z , Z dentro de Q , y Q e irracionales juntos forman R

Conjunto	Símbolo	Qué problema resuelve	Ejemplo
Naturales	N	contar	7
Enteros	Z	deudas y negativos	-4
Racionales	Q	repartir y medir con fracción	$3/4$, 0.75, 2.131313...
Irracionales	dentro de R	magnitudes que no son fracción	raíz de 2, π
Reales	R	llenar toda la recta continua	cualquier punto de la recta

2. Decimales: la puerta de entrada

Empecemos por lo concreto: los **decimales positivos**. Un decimal puede terminar ('0.5', '0.125'), o repetirse para siempre con un patrón ('0.333...' = $1/3$, '0.142857142857...' = $1/7$). Los decimales que **terminan** o que se **repiten con periodo** son siempre fracciones: son **racionales**. Pero hay decimales que **no terminan y no se repiten nunca**: '1.41421356237...' (la raíz de 2) o '3.14159265...' (π). Esos no son fracción: son **irracionales**. La forma de su expansión decimal es justo la que delata a qué familia pertenece un número.

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

1. Ejemplo resuelto — ¿Cuál de estos números es irracional?



2. ¿Cuál de estos números es irracional?

- ☐ 0.25
- ☐ 0.333333... (el 3 se repite)
- ☐ 1.41421356... (cifras sin patrón que no terminan)
- ☐ 2.0

3. El hallazgo que incomodó: raíz de 2 no es fracción

La leyenda cuenta que los pitagóricos, convencidos de que todo era número-entero-o-relación-de-enteros, se llevaron una sorpresa con el **teorema de Pitágoras**: un cuadrado de lado 1 tiene diagonal d con $d \cdot d = 2$, es decir $d = \text{raíz de } 2$. Intentemos escribirla como fracción irreducible p/q (sin factores comunes). De $p/q = \text{raíz de } 2$ se sigue $p \cdot p = 2 \cdot (q \cdot q)$, o sea $p \cdot p$ es par, luego p es par: $p = 2k$. Sustituyendo, $4k \cdot k = 2 \cdot q \cdot q$, así que $q \cdot q$ es par y también q es par. Pero entonces p y q comparten el factor 2, contradiciendo que la fracción era irreducible. **No existe** esa fracción. Lo que salvó la situación fue ampliar el mundo: aceptar números que no son cociente de enteros.

3. Raíz de 2 puede escribirse como una fracción de dos enteros muy grandes.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

4. Los reales como campo ordenado (en palabras simples)

Cuando los matemáticos dicen que los reales forman un **campo ordenado y completo**, enumeran las reglas del juego. **Campo**: puedes sumar y multiplicar con propiedades seguras — asociativa, conmutativa, existen el **0** (neutro de la suma) y el **1** (neutro del producto), todo número tiene su **opuesto** (para restar) y todo número distinto de cero tiene su **recíproco** (para dividir). **Ordenado**: los números se ordenan en una recta de menor a mayor, y ese orden respeta las operaciones — si a es menor que b , entonces a más c es menor que b más c ; y si además multiplicamos por un número positivo c , la desigualdad se conserva. **Completo**: es la propiedad que **distingue a los reales de los racionales** y la que veremos al final.

campo = sumar/restar/multiplicar/dividir seguro; ordenado = cabe la recta; completo = sin huecos

Propiedad	Qué significa	Para qué sirve
Neutros	sumar 0 o multiplicar por 1 no cambia el número	bases del cálculo
Opuesto y recíproco	todo número tiene negativo; todo no-cero tiene inverso	permite restar y dividir siempre
Orden compatible	sumar o multiplicar por positivo no invierte el 'menor que'	resolver inecuaciones

Propiedad	Qué significa	Para qué sirve
Completitud	no hay huecos en la recta	garantiza que las magnitudes continuas existen

5. Densidad y huecos: por qué hace falta la completitud

Un conjunto es **denso** si entre dos elementos siempre hay otro. Los racionales son densísimos: entre 0.1 y 0.2 hay infinitas fracciones. Y, sin embargo, tienen **huecos**: en el punto exacto donde vive raíz de 2 **no hay ningún racional**. La recta de los racionales está 'llena de números pero agujereada'. Los **reales** se obtienen tapando todos esos agujeros: cada punto de la recta, sin excepción, es un real. Esa ausencia de huecos es la **completitud**, y es lo que hace posible medir longitudes, alturas o tiempos de forma continua. Sin ella, la raíz de 2 seguiría siendo un fantasma entre los números.

VIDEO

El conjunto de los números reales

Video de apoyo en YouTube sobre el conjunto de los números reales y la recta continua.
Lumbre no aloja ni controla el contenido enlazado.



Escanea para verlo en Lumbre
<https://www.youtube.com/watch?v=c9IwjTFMkng>

4. Une cada número con el conjunto más pequeño al que pertenece.

4.	-6	_____
4.	0.6	_____
4.	raíz de 3	_____
4.	8 (contar objetos)	_____

Opciones: Entero (Z) · Racional (Q) · Irracional · Natural (N)

5. Orden de inclusión creciente: _____ **esta dentro de** _____
 _____, **que está dentro de** _____ ;
junto con los irracionales forman _____ .

6. Da un ejemplo propio de cada conjunto (N , Z , Q , irracional) y explica en dos frases por qué medir la diagonal de un cuadrado obligó a aceptar números que no son fracción.

Verifica tu dominio

Como autoevaluación, repasa las actividades y escribe tu propia solución con retroalimentación: apóyate en la explicación y el concepto para resolver cada ejercicio. Si un reactivo te falla, vuelve a la sección correspondiente y verifica de nuevo tu dominio.

En resumen. Los números se ampliaron por necesidad: contar (N), deber (Z), repartir (Q), medir lo continuo (irracionales) hasta llenar la recta (R). Los racionales son decimales que terminan o se repiten; los irracionales son decimales interminables sin periodo como raíz de 2 y π . Los reales son un **campo ordenado** (puedes sumar, multiplicar, restar, dividir y ordenar con reglas fijas) y, a diferencia de los racionales, son **completos**: no tienen huecos. Esta es la perspectiva histórica y estructural que pide P06.

ACTIVIDAD
INTERACTIVA
DISPONIBLE EN
LUMBRE

7. Compuerta de dominio: Los números reales: una historia en capas, de los decimales al campo ordenado



Referencia curricular

Materia:

Pensamiento Matemático II

Versi\u00f3n interactiva completa (con actividades, v\u00e9deos y autoevaluaci\u00f3n):



<https://lumbre.lat/object/prepa1-pmat2-u1-ancla-numeros-reales>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat