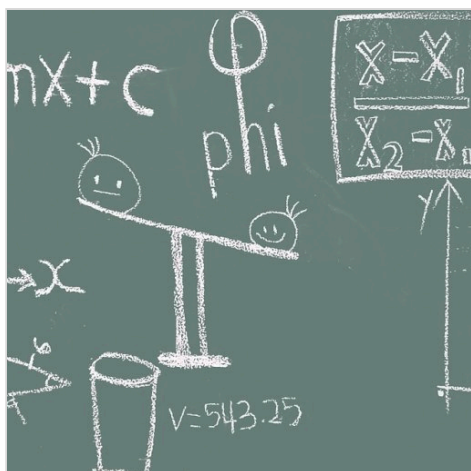


L U M B R E



Argumentos, validez y contraejemplos: la diferencia entre concluir bien y concluir verdad

Grado: 1

Materia: Pensamiento Matemático

03/10/2026

Antes de empezar

Anatomía del argumento; los dos exámenes (forma y contenido); las cuatro formas del condicional; la asimetría del contraejemplo; deducción vs. inducción; falacias cotidianas y auditoría de un texto publicitario.

QUÉ APRENDERÁS

- Analizar argumentos distinguiendo validez formal de verdad de premisas (argumentos sonoros), aplicar modus ponens y tollens con sus violaciones típicas, usar el contraejemplo contra afirmaciones universales y diferenciar deducción de inducción.

Validez no es verdad: la distinción que sostiene todo el razonamiento

La forma importa más que el deseo

Un argumento puede ser PERFECTAMENTE VÁLIDO y tener conclusión falsa: basta que parta de premisas falsas. Y puede tener conclusión VERDADERA siendo un desastre lógico: acertar por suerte no es razonar. Esta distinción — entre la FORMA (¿la conclusión se sigue?) y el CONTENIDO (¿las premisas son ciertas?)— es la columna de todo el pensamiento matemático: una demostración es un argumento válido, y un teorema es un argumento válido con premisas verdaderas. En este capítulo dominas las dos formas de razonar (deducción e inducción), las reglas que no se pueden violar (modus ponens, tollens), el arma defensiva (el contraejemplo) y las trampas frecuentes (afirmar el consecuente, negar el antecedente, falacias cotidianas).

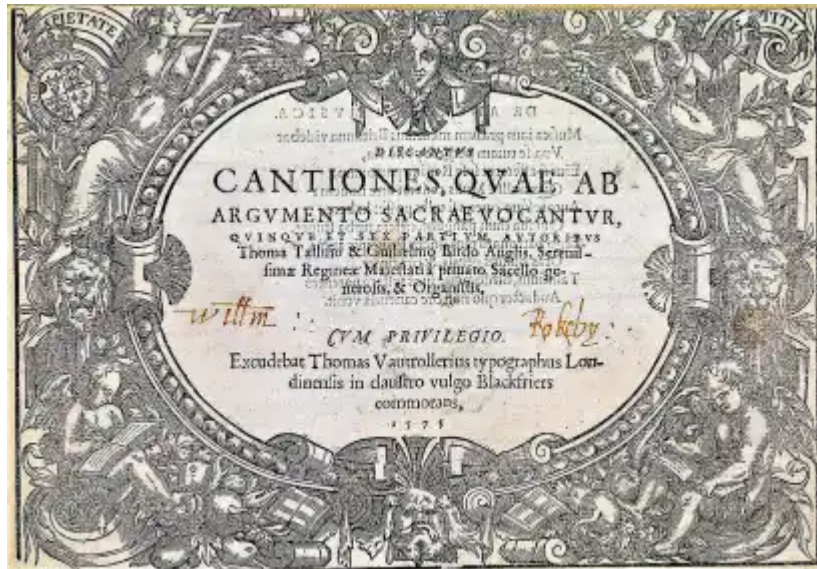


Imagen libre de Wikimedia Commons (Public domain, autor: Unknown author Unknown author)

VIDEO

Falacias de Intrusión y Omisión en el Razonamiento Judicial 🏛️🧠

Video de apoyo verificado por oembed.



Escanea para verlo en Lumbre

<https://www.youtube.com/watch?v=2soDE9zFu2o>

Anatomía de un argumento: premisas → conclusión

ARGUMENTO = conjunto de enunciados (premisas) que se ofrecen como razón para creer otro enunciado (conclusión). No es pelea ni discurso: en lógica es una estructura. Se evalúa en dos exámenes independientes:

- EXAMEN DE FORMA (validez): si las premisas fueran verdaderas, ¿la conclusión tendría que serlo? Si la respuesta es sí: VÁLIDO. Es un asunto de estructura, no de contenido.
- EXAMEN DE CONTENIDO (verdad de premisas): ¿lo afirmado en las premisas está bien justificado? Aquí entra la evidencia, la experiencia, la definición.
- SILOGISMO = argumento deductivo de dos premisas y una conclusión. Sonido (sound) = válido + premisas verdaderas. SOLO los argumentos sonoros garantizan conclusiones verdaderas.

Casos	Forma	Contenido	Nombre
Válido	Premisas verdaderas	Conclusión garantizada	ARGUMENTO SONORO (el único que demuestra)
Válido	Al menos una premisa falsa	Conclusión puede ser falsa con forma perfecta	Válido pero no sonoro
Inválido	Premisas verdaderas	La conclusión "se cuelga": no se sigue	Sofisma: parece y no es
Inválido	Premisas falsas	Acertó por casualidad	Nada garantiza: no cuenta como razonar

Las dos reglas de oro (y las dos violaciones gemelas)

ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

1. Modus ponens, tollens y sus falsificaciones



El condicional no negocia

La trampa de cada día: el condicional cotidiano se lee como "si y sólo si". "Si terminas la tarea, juegas video" — ¿el niño puede jugar sin terminar? La forma lógica dice "la promesa solo se rompe si termina y NO lo dejas"; pero todos lo interpretamos como única vía. En matemáticas la literalidad manda: "si P entonces Q" es FALSA solo en un caso: P verdadera con Q falsa.

El contraejemplo: el arma atómica de las matemáticas

Una afirmación universal ("todo X cumple Y") se sostiene con una PRUEBA general y se derrumba con UN solo caso en contrario. Un mamut disuelve "todos los mamíferos ponen huevos": basta hallar uno que no. Por eso el matemático sospecha de conjeturas hasta que prueba o cae: la experiencia acumulada NO demuestra un universal (puede que el contraejemplo esté a la vuelta), pero una sola excepción lo mata. Casos que vas a necesitar:

- "Todo número primo es impar": FALSO — 2 es primo y par. Un contraejemplo famoso y pequeño.

- "Si n^2 es par entonces n es par": VERDADERO, pero "comprobarlo" con $n = 2, 4, 6$ no es prueba: se demuestra por contrarrecíproco (si n es impar, n^2 es impar).
- "Ser grande es suficiente para ganar": contréjalo con David y Goliat; en matemáticas: "cuanto mayor sea n , mayor es $n^2 - n + 41$ siendo primo" — se sostiene hasta $n = 41$, que da $41 \cdot 41 =$ compuesto. Mil aciertos no prueban; uno basta para tumbar.

Deducción vs. inducción: dos direcciones del razonar

Rasgo	DEDUCCIÓN (matemáticas, lógica)	INDUCCIÓN (ciencias, datos)
Dirección	de lo general a lo particular	de lo observado a lo general
Garantía	conclusión NECESARIA si es válida y suena	conclusión PROBABLE, siempre revisable
Ejemplo	todo triángulo: ángulos suman 180 → este triángulo suma 180	el sol salió cada día observado → saldrá mañana
Fragilidad	una premisa falsa contamina todo	un cisne negro lo cambia todo
Papel	demostrar teoremas	formular conjeturas y modelos

No son rivales, son relevo

La ciencia usa los dos: la inducción sugiere la ley ("todo cae así"), la deducción exige consecuencias comprobables ("entonces esta medición debe dar X"). Un estudiante que solo domina uno razona a medias.

Falacias que verás esta semana (fuera del aula)

- AD HOMINEM: atacar a la persona en vez del argumento: "lo dice un político, entonces es falso" (y "lo dice un científico, entonces es verdad": ambas confunden emisor con prueba).
- HOMBRE DE PAJERO: deformar la posición del otro para refutarla fácil: "A: hay que bajar el gasto en publicidad; B: o sea que quieres cerrar la escuela; A: no, eso no es lo que dije" — B ganó un debate inexistente.
- FALSO DILEMA: "o conmigo o contra mí"; hay un tercero, cuarto...
- PENDIENTE RESBALADIZA: cadena de consecuencias sin justificar los enlaces: "si permiten celulares en el examen, después permiten todo". Cada "entonces" necesita su propio argumento.

- **APROVECHARSE DEL CONSECUENTE** (versión social de la forma inválida): "si me quisiera, me escribiría; me escribió, luego me quiere": la misma estructura que el piso mojado.

Ejemplo resuelto: auditoría de un argumento publicitario

Anuncio: "El 9 de cada 10 usuarios de nuestra app repiten. María usa la app y repitió. Luego María es usuario típico." Audita:

1. Premisa 1 estadística: 9/10 repiten — contenido: ¿medido cómo?, ¿autoselección? (responde el que está contento: sesgo de muestra).
2. Premisa 2: María usa y repite — verdadero particular no garantiza universal: aunque el 100% repitiera, de María no concluye nada sobre "típico" sin definir típico.
3. Conclusión "es usuario típico": ¿típico = repite? ¿o = satisfecho? Término ambiguo: la validez depende de una definición que falta.
4. Veredicto: NO ES ARGUMENTO SONORO — forma débil (inductiva sin muestra representativa) + premisa posiblemente sesgada.

Básico

2. "Si P entonces Q" es falsa solamente cuando:

- ☐ P es falsa
- ☐ P verdadera y Q falsa
- ☐ P y Q verdaderas

3. Un argumento válido garantiza que su conclusión es verdadera.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

4. Para refutar "todo X es Y" basta un _____ ; para establecerlo hace falta una _____ .

Intermedio

5. Une cada forma con su nombre o estado:

5.	Si P entonces Q; P; por tanto Q	-----
5.	Si P entonces Q; Q; por tanto P	-----
5.	Si P entonces Q; no Q; por tanto no P	-----
5.	Si P entonces Q; no P; por tanto no Q	-----

Opciones: modus ponens (válido) · afirmar el consecuente (inválido) · modus tollens (válido) · negar el antecedente (inválido)

6. Orden para auditar un argumento ajeno:

Identificar premisas y conclusión (¿cuál es la tesis?) _____

Reescribir en forma canónica _____

Examen de forma: ¿se sigue? _____

Examen de contenido: ¿son verdaderas las premisas? _____

Veredicto: sonoro / válido y flojo / inválido _____

7. "Nadie me refutó, luego tengo razón" es:

- ☐ deducción válida
- ☐ apelación a la ignorancia: la falta de refutación no es prueba
- ☐ inducción fuerte

Avanzado

ACTIVIDAD
INTERACTIVA
DISPONIBLE EN
LUMBRE

8. Un estudiante razona sobre su pase a la final del torneo de matemáticas. La línea con un ERROR de forma es:



9. En un grupo de 30, 18 practican fútbol, 15 basquetbol y 8 ambos. ¿Cuántos no practican ninguno? Da un entero.

Respuesta: (estudiantes)

10. Toma un debate real de tu escuela o redes (dos opiniones opuestas sobre un tema escolar). Transcribe 3 enunciados de cada parte; para cada argumento: 1) separa premisas y conclusión, 2) di si la forma es válida (con nombre si es de las cuatro), 3) di si las premisas son sostenibles, 4) propón el contraejemplo o pregunta que desarmaría el mejor argumento contrario. Una página.

Producto evaluable: nombres al menos una forma válida y una inválida con su regla correcta.

Aplicaciones y problemas reales

- EXÁMENES DE ADMISIÓN: media página de cualquier examen lógico es reconocimiento de formas: practicarlas aquí es ganar puntos directos.
- NOTICIAS: "el ministro dijo que no hay crisis" no es que no haya crisis: es premisa de fuente interesada; el examen de contenido aplica a cada titular.
- DEMOSTRACIONES FUTURAS: cada prueba que harás en PM II-VI (álgebra, geometría, cálculo) es un argumento válido: el andamio se aprende hoy.
- TUS DECISIONES: antes de "concluir" sobre una carrera o gasto, haz el examen de forma a tus premisas: ¿de verdad se sigue, o lo deseas?

Errores frecuentes

- Confundir "válido" con "correcto en contenido": son exámenes distintos.
- Leer "si P entonces Q" como "P solo si Q" sin autorización.
- Aceptar conclusiones verdaderas como prueba de razonamiento correcto.
- Creer que la inducción (casos que coinciden) demuestra universales.
- Ganar discursos con falacias en vez de argumentos: efectivo, inútil.

Conexiones con otros aprendizajes

La lógica de esta unidad es la gramática de la Unidad 3 (argumentación y falacias de PFH), de Conciencia Histórica (corroboración y silencio) y de CNEYT I (contraste de hipótesis). En PM II el lenguaje algebraico formaliza estas formas: "x cumple $P(x)$ " es

un predicado, y demostrar es cadena de reglas válidas. Los contraejemplos serán tus mejores amigos en geometría y funciones.

Recursos de razonamiento y lógica <https://www.nationalstem.org/> Material abierto para practicar validez y falacias con ejemplos.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN
LUMBRE

11. Tarjetas de razonamiento



ACTIVIDAD INTERACTIVA
DISPONIBLE EN LUMBRE

12. Evaluar validez y sonoridad de argumentos



Para mirarlo de otra manera

Analogía: la máquina expide boletos

Un argumento válido es una máquina: metes las premisas (cartones) y sale la conclusión (boleto). La validez es que la máquina funciona SIEMPRE igual: si los cartones son buenos, el boleto es bueno. Que el boleto "sirva" (sea verdad) depende además de que los cartones fueran buenos. Nadie culpa a la máquina por un cartón falsificado, ni alata un boleto válido como "correcto": cada cosa se revisa por separado.

- Pregunta de máquina: si los cartones fueran buenos, ¿el boleto saldría bueno?
Eso es forma.

Repaso necesario: condicional y negación

13. La contrarrecíproca de "si P entonces Q" es:

- ☐ si no P entonces no Q
- ☐ si no Q entonces no P
- ☐ si Q entonces P

Práctica: caza de falacias doméstica

Durante tres días, anota cada vez que en tu casa, salón o feed aparezca: un ataque a la persona en vez del argumento, un falso dilema, o un "si P entonces Q; Q; luego P".

1. Registra: quién, qué afirmó, qué forma usó (si la tiene).
2. Escribe la versión correcta del argumento (si se puede arreglar) o por qué no vale.
3. Al tercer día: ¿qué falacia se repitió más? ¿La usas tú también?

Oído para formas

Este ejercicio entrena el oído lógico que después usarás sin pensarlo en cada examen y en cada debate.

Referencia curricular

Grado:	1
Materia:	Pensamiento Matemático

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://lumbre.lat/object/pmat1-u1-cap-argumentos-validez>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat