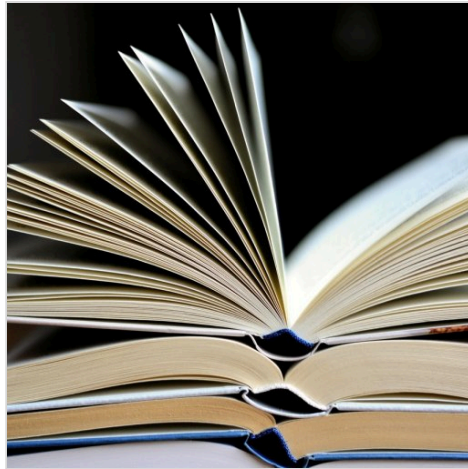


L U M B R E



Análisis real II

10/10/2026

Antes de empezar

Aprenderas sobre analisis real II: continuidad de funciones de una y varias variables, limites, teorema del valor intermedio, teoremas fundamentales del calculo diferencial e integral.

QUÉ APRENDERÁS

- Conocer el analisis real II: continuidad de funciones, limites, teoremas fundamentales del calculo.

Analisis real II: continuidad y teoremas

El analisis real estudia rigurosamente la continuidad, los limites y los teoremas fundamentales del calculo. Estos conceptos son la base de toda la matematica avanzada y sus aplicaciones en fisica e ingenieria.

Continuidad

Una funcion es continua en un punto si el limite cuando x tiende a ese punto es igual al valor de la funcion. Intuitivamente, la grafica no tiene saltos ni huecos.

Teorema	Enunciado	Importancia
Valor intermedio	Si f es continua en $[a,b]$, toma todos los valores entre $f(a)$ y $f(b)$	Garantiza existencia de raices
Valor extremo	Si f es continua en $[a,b]$, alcanza maximo y minimo	Optimizacion
Bolzano	Si $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos, hay una raiz	Metodos numericos

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE



Los teoremas de continuidad fueron rigurizados por Cauchy y Weierstrass en el siglo XIX, resolviendo paradojas que habian confundido a los matematicos durante siglos.

Piensa y responde

2. ¿Que garantiza el teorema del valor intermedio?

- ☐ Que la funcion es derivable
- ☐ Que toma todos los valores entre $f(a)$ y $f(b)$
- ☐ Que tiene maximo y minimo
- ☐ Que es continua

3. Toda funcion continua es derivable.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

4. El teorema de _____ dice que si $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos, hay una raiz, y el teorema del valor _____ garantiza valores intermedios.

5. Relaciona cada teorema con su conclusion:

5.	Valor intermedio	-----
5.	Valor extremo	-----
5.	Bolzano	-----

Opciones: Toma todos los valores intermedios · Alcanza maximo y minimo · Existe una raiz

6. Clasifica estas funciones segun su continuidad:

Elementos:

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = 1/x$ en $x=0$
- $f(x) = \sin(x)$
- Funcion escalon

Continua	. . .
Discontinua	. . .

7. Ordena los pasos para aplicar el teorema de Bolzano:

Verificar que f es continua en $[a,b]$ _____

Evaluar $f(a)$ y $f(b)$ _____

Verificar que $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos _____

Concluir que existe al menos una raíz en (a,b) _____

Usar métodos numéricos para aproximar la raíz _____

8. ¿Por qué crees que el teorema de Bolzano es la base de métodos numéricos como la bisección?

Para dominar este tema

- Define continuidad rigurosamente
- Aplica teoremas fundamentales
- Distingue continuidad de diferenciabilidad
- Usa Bolzano para demostrar existencia de raíces

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

9. Análisis real II

Para mirarlo de otra manera

Continuidad y teoremas

10. ¿Que necesita el teorema de Bolzano para garantizar una raiz?

- ☐ Funcion derivable
- ☐ Funcion continua y signos opuestos en extremos
- ☐ Funcion polinomica
- ☐ Funcion creciente

11. La funcion $|x|$ es continua pero no derivable en $x=0$.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://lumbre.lat/object/pm5-massive-p04-continuidad-2>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat