

L U M B R E



Series y sucesiones II

10/10/2026

Antes de empezar

Aprenderas sobre series y sucesiones II: series de Taylor y Maclaurin, series de potencias, radio de convergencia, y aplicaciones en aproximacion de funciones.

QUÉ APRENDERÁS

- Conocer las series y sucesiones II: series de Taylor, series de potencias, convergencia, aplicaciones.

Series y sucesiones II: series de Taylor

Las series de Taylor permiten aproximar cualquier funcion derivable como un polinomio infinito. Son fundamentales en calculo, fisica, ingenieria y computacion cientifica.

Series de Taylor y Maclaurin

La serie de Taylor de $f(x)$ centrada en a es la suma de las derivadas de f evaluadas en a , multiplicadas por potencias de $(x-a)$. La serie de Maclaurin es el caso especial con $a = 0$.

- Serie de Taylor: $f(x) = \sum f^{(n)}(a)/n! \cdot (x-a)^n$.
- Serie de Maclaurin: Taylor centrada en $a = 0$.
- Polinomio de Taylor de grado n : aproximacion con n terminos.
- Radio de convergencia: valores de x para los que la serie converge.
- Criterio del cociente: $\lim |a_{n+1}/a_n|$ para determinar convergencia.
- Series notables: e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(1+x)$, $1/(1-x)$.
- Error de truncamiento: diferencia entre la funcion y su aproximacion.

Funcion	Serie de Maclaurin	Convergencia
e^x	$\sum x^n/n! = 1 + x + x^2/2! + \dots$	Todo x
$\sin(x)$	$\sum (-1)^n x^{(2n+1)}/(2n+1)! = x - x^3/3! + \dots$	Todo x
$\cos(x)$	$\sum (-1)^n x^{(2n)}/(2n)! = 1 - x^2/2! + \dots$	Todo x
$\ln(1+x)$	$\sum (-1)^{n+1} x^n/n = x - x^2/2 + x^3/3 - \dots$	$-1 \leq x \leq 1$
$1/(1-x)$	$\sum x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$	$ x \leq 1$
$(1+x)^k$	$\sum C(k,n) x^n = 1 + kx + k(k-1)x^2/2! + \dots$	$ x \leq 1$

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE



Las series de Taylor se usan en calculadoras para computar $\sin(x)$, e^x y otras funciones. También en física para aproximar ecuaciones no lineales, en estadística para la función de densidad normal, y en machine learning para optimización.

Piensa y responde

2. ¿Cuál es el tercer término no nulo de la serie de Maclaurin de $\sin(x)$?

- ☐ $-x^3/3!$
☐ $x^3/3!$
☐ $x^3/3$
☐ $-x^3/3$

3. La serie de Maclaurin de e^x converge para todo valor de x .

- ☐ Verdadero
☐ Falso

4. La serie de Taylor centrada en $a=0$ se llama serie de _____. El radio de convergencia indica los valores de x para los que la serie _____.

5. Relaciona cada serie con su función:

5.	$1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots$	_____
5.	$x - x^3/3! + x^5/5! - \dots$	_____
5.	$1 - x^2/2! + x^4/4! - \dots$	_____
5.	$x - x^2/2 + x^3/3 - \dots$	_____

Opciones: $e^x \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) \cdot \ln(1+x)$

6. Clasifica estas series segun su radio de convergencia:

Elementos:

- Serie de e^x
- Serie de $\sin(x)$
- Serie de $\cos(x)$
- Serie de $\ln(1+x)$
- Serie de $1/(1-x)$
- Serie de $(1+x)^k$

Converge para todo x	. . .
Converge solo en intervalo finito	. . .

7. Ordena los pasos para encontrar la serie de Maclaurin de e^x :

Calcular derivadas: $f(x)=e^x$, $f'=e^x$, $f''=e^x$, todas son e^x

Evaluar en $a=0$: todas las derivadas valen $e^0 = 1$ _____

Construir coeficientes: $1/n!$ para cada termino _____

Escribir serie: $\sum x^n/n! = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots$ _____

8. ¿Por que las calculadoras usan series de Taylor para computar funciones trigonometricas?

Para dominar este tema

- Construye series de Taylor para funciones basicas.
- Determina el radio de convergencia.
- Aproxima valores usando polinomios de Taylor.
- Reconoce series notables (e^x , $\sin$, $\cos$, $\ln$).
- Aplica series en problemas de fisica e ingenieria.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE

9. Series de Taylor

Para mirarlo de otra manera

Profundiza en series de Taylor

Las series de Taylor son el puente entre funciones complejas y polinomios simples. Permiten calcular, integrar y derivar funciones que de otro modo serían intratables.

10. ¿Cuántos términos de la serie de e^x necesitas para aproximar e con error menor a 0.01?

- ☐ 5 términos
- ☐ 3 términos
- ☐ 10 términos
- ☐ 20 términos

11. Un polinomio de Taylor de grado 0 es simplemente $f(a)$, el valor de la función en el punto.

- ☐ Verdadero
- ☐ Falso

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://lumbre.lat/object/pm3-massive-p24-taylor-2>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat