

L U M B R E

Aplicaciones de integrales I

10/10/2026

Antes de empezar

Estudio del metodo de discos y arandelas para calcular volúmenes de solidos de revolucion, y el metodo de capas cilindricas como alternativa en tercero de preparatoria.

QUÉ APRENDERÁS

- Comprender las aplicaciones de la integral: calculo de volúmenes de solidos de revolucion.

Volumenes: solidos de revolucion

La integral permite calcular volúmenes de solidos de revolucion. Si rotas una curva alrededor de un eje, se genera un solido. El metodo de discos: si rotas $f(x)$ alrededor del eje x , el volumen es integral de a a b de $\pi * [f(x)]^2 dx$. Cada rebanada perpendicular al eje es un disco de radio $f(x)$ y espesor dx .

El metodo de arandelas se usa cuando hay un hueco: si rotas el area entre $f(x)$ y $g(x)$ (con $f > g$) alrededor del eje x , el volumen es integral de a a b de $\pi ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$. *Cada rebanada es una arandela (disco con hueco).* El metodo de capas cilindricas: si rotas alrededor del eje y , el volumen es integral de a a b de $2\pi x f(x) dx$. Cada capa es un cilindro hueco de radio x , altura $f(x)$ y espesor dx .

Metodo	Formula	Cuando se usa
Discos	$V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } \pi * [f(x)]^2 dx$	Rotar $f(x)$ alrededor del eje x (sin hueco)
Arandelas	$V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } \pi * ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$	Rotar area entre $f(x)$ y $g(x)$ (con hueco)
Capas cilindricas	$V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } 2\pi x f(x) dx$	Rotar alrededor del eje y (mas facil que discos)

1. El volumen de un solido generado al rotar $f(x) = x^2$ de $x=0$ a $x=2$ alrededor del eje x es:

- ☐ integral de 0 a 2 de $\pi * x^2 dx$
- ☐ integral de 0 a 2 de $\pi * x^4 dx$
- ☐ integral de 0 a 2 de $2\pi x * x^2 dx$
- ☐ integral de 0 a 2 de $\pi * (x^2)^2 dx$

2. Relaciona cada metodo con su formula:

2.	Discos	-----
2.	Arandelas	-----
2.	Capas cilindricas	-----

Opciones: $V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } \pi[f(x)]^2 dx$ (sin hueco) · $V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } \pi([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$ (con hueco) · $V = \text{integral de } a \text{ a } b \text{ de } 2\pi x f(x) dx$ (rotar alrededor del eje y)

3. Clasifica cada elemento en su categoría.

Elementos:

- Rotar $f(x)$ alrededor del eje x sin hueco
- $V = \text{integral de } \pi[f(x)]^2 dx$
- Rotar area entre $f(x)$ y $g(x)$ alrededor del eje x
- $V = \text{integral de } \pi([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$

Metodo de discos	. . .
Metodo de arandelas	. . .

4. El _____ de solidos de revolucion se calcula con integrales. El metodo de _____ : $V = \text{integral de } \pi[f(x)]^2 dx$ (sin hueco). El metodo de _____ : $V = \text{integral de } \pi([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx$ (con hueco). El metodo de _____ cilindricas: $V = \text{integral de } 2\pi x f(x) dx$ (rotar alrededor del eje y).

5. Piensa en objetos de revolucion de tu vida: una copa de vino (rotar una curva alrededor del eje), un vaso (rotar un rectangulo), una botella (rotar una curva compleja). Todos son solidos de revolucion. La integral te dice cuanto liquido caben (volumen). Eso es el calculo integral aplicado al diseno industrial.

ACTIVIDAD INTERACTIVA DISPONIBLE EN LUMBRE



Para mirarlo de otra manera

Calcula volúmenes de revolución

Calcula el volumen del sólido generado al rotar $f(x) = x^2$ de $x=0$ a $x=2$ alrededor del eje x . Método de discos: $V = \int_0^2 \pi (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx = \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{32}{5} - 0 \right) = \frac{32\pi}{5}$. Escribe los pasos detallados.

Compara los tres métodos

Elabora un cuadro comparativo entre discos, arandelas y capas cilíndricas. Para cada uno indica: fórmula, cuando se usa, ejemplo geométrico, fortaleza, debilidad. Practica con $f(x)=x$, $f(x)=x^2$, $f(x)=\sqrt{x}$. Escribe un reporte de 400 palabras.

Versión interactiva completa (con actividades, videos y autoevaluación):



<https://lumbre.lat/object/pm3-massive-p07-vol-umenes-2-2>

Material educativo generado desde Lumbre · lumbre.lat